ENFOQUE CUANTITATIVO COMPLEJO PARA EL ANÁLISIS DE FENÓMENOS SOCIALES

María de los Ángeles Zamora Rengifo
Universidad de Carabobo
mariazamorarengifo@hotmail.es

Recibido: 13-12-2016 Aprobado: 25-04-2017

Resumen

La realidad social como plantea Ruiz (2008), se caracteriza no solo por regularidades, sino también por procesos aleatorios y no lineales, donde domina la ambigüedad y la incertidumbre, propias de los hechos complejos, sin embargo, el enfoque cuantitativo tradicional generalmente desecha lo que no se ajusta a modelos matemáticos rígidos y estáticos. Por lo tanto, el objetivo del presente ensayo es realizar una primera aproximación a un enfoque para el análisis cuantitativo de los fenómenos sociales configurado de acuerdo al principio borroso del pensamiento complejo planteado por Torres (2009). En conclusión, con la incorporación de la teoría de los conjuntos borrosos (Zadeh, 1965), y la teoría de la medida borrosa (Wang y Klir, 1992), se ampliaría el campo de acción de la perspectiva cuantitativa en las investigaciones.

Palabras clave: enfoque cuantitativo, complejidad, fenómenos sociales.

COMPLEX QUANTITATIVE APPROACH FOR SOCIAL PHENOMENA ANALYSIS

Abstract

The social reality as proposed by Ruiz (2008), is characterized not only by regularities, but also by random and non-linear processes, dominated by ambiguity and uncertainty, typical of complex facts, however, the traditional quantitative approach generally discards what does not fit rigid and static mathematical models. Therefore, the aim of this essay is to make a first approximation to an approach for the quantitative analysis of social phenomena configured according to the fuzzy principle of complex thinking posed by Torres (2009). In conclusion, with the incorporation of fuzzy set theory (Zadeh, 1965), and blurred measure theory (Wang and Klir, 1992), the scope of research quantitative perspective would be broadened.

Key words: quantitative approach, complexity, social phenomena.

Introducción

El enfoque cuantitativo tradicional que se ha venido aplicando en las ciencias sociales se fundamenta en el positivismo que en la actualidad se ha visto debilitado, como afirma Ruiz (2008), debido al surgimiento de nuevos planteamientos que se han originado en diferentes áreas del conocimiento tales como: la teoría de la relatividad (Einstein), el principio de incertidumbre (Heisenberg), la teoría general de los sistema (Bertalanffy) y el pensamiento complejo (Morín), entre otros. El impacto de esta nueva visión epistemológica hace necesario una revisión y reflexión sobre las nociones teóricas de incertidumbre y probabilidad con la intención de ampliar el campo de acción de los análisis cuantitativos en las ciencias sociales. Esta revisión se puede fundamentar en el principio borroso de la complejidad que plantea Torres (2009), ya que está produciendo, fundamentalmente en el primer mundo y desde el año 1965, una gigantesca reconstrucción de todas las matemáticas.

En el campo de la investigación en ciencias sociales existen muchos eventos que no se pueden medir mediante la aplicación de una probabilidad objetiva, pero se pudieran utilizar otros recursos subjetivos como información de expertos y se necesitarían por lo tanto también algún tipo de medida más flexible que se adecue a estas realidades. Otra dificultad, muy frecuente es la presencia del lenguaje natural que es el que utilizan las personas cuando interactúan entre ellas, el cual está plagado de predicados vagos y estos datos como señalan Urrutia y otros (2003), contienen incertidumbre o imprecisión en su información, razón por la cual son llamados datos *difusos* o *borrosos*, y no son tratados por los modelos de datos conceptuales clásicos o tradicionales.

Por todo lo anteriormente expresado, en el presente ensayo desde la perspectiva de la complejidad se presentaran algunos conceptos de la teoría de los conjuntos borrosos (Zadeh, 1965), quien fundamenta a la estadística borrosa que viene ampliar el campo de acción de la estadística tradicional y de la teoría de la medida borrosa (Wang y Klir, 1992), que pudiera permitir complementar y superar algunas de las limitaciones de la teoría axiomática de la probabilidad (Kolgomorov, 1933).

Teoría de los conjuntos borrosos

La herramienta principal que se utiliza en el enfoque cuantitativo para el análisis de datos es la estadística la cual plantea que la realización de un experimento está sujeta a aleatoriedad, pero se supone que el resto de las etapas del experimento ocurren bajo condiciones de certidumbre total. Sin embargo, como señala Gil (1993), en un procedimiento experimental real la borrosidad puede presentarse en algunas de esas fases restantes, es decir, en la asignación de la distribución experimental, en el proceso de cuantificación de la variable aleatoria, en la trasmisión por el observador del valor de esa variable o en la definición de los sucesos de interés asociados al experimento.

La estadística pierde eficacia cuando los datos presentan condiciones de heterogeneidad, anomalía, irregularidad (no normalidad) y vaguedad pero ya existen autores, como Nguyen y Wu (2006), que han realizado estudios acerca de la estadística con datos borrosos y la han denominado *estadística borrosa* (*fuzzy statistics*) y la definen como la que a partir de datos que contienen conceptos difusos realiza inferencias, tales como estimación, pruebas de hipótesis y predicción, al igual que la estadística clásica.

Esta ampliación del campo de utilización de la estadís-

tica se basa en la incorporación la idea de conjunto borroso que Zadeh (op. cit.), los delimitó por su función de pertenencia cuyos valores no son sólo los números 0 y 1, sino todos los números entre 0 y 1; la pertenencia dejó de ser abrupta para ser graduada.Es importante señalar que se puede tomar cualquier otro intervalo real cerrado y acotado, pero esta estandarización entre 0 y 1, similar a la que se utiliza en la medida de probabilidad, resulta operativa y cómoda. A pesar de lo antes señalado, una de las controversias que todavía se mantiene entre las teorías de probabilidad y de conjuntos difusos es la de considerar las funciones de pertenencia que caracterizan a los conjuntos difusos como una *imitación* de las distribuciones de probabilidad. Sin embargo, como señala Gil (op. cit.) el conjunto difuso y el conjunto aleatorio son nociones esencialmente diferentes. Por lo tanto, no recomienda reemplazar los conjuntos difusos por conjuntos aleatorios, con el fin de tratar aquéllos con las herramientas operativas que proporciona la teoría de probabilidad, esto solo es posible si existen evidencias claras de que el modelo difuso es inapropiado y que la naturaleza de la incertidumbre en los elementos imprecisos de un experimento es probabilística. En definitiva, los conjuntos difusos pueden ser útiles en estadísticas, no como un sustituto de los conjuntos aleatorios, sino como un instrumento complementario que puede ayudar a una mejor modelización de los experimentos estadísticos.

Teoría axiomática de la probabilidad

La teoría de probabilidad ha sido considerada la herramienta matemáticamás idónea para tratar los problemas que encierran aleatoriedad (incertidumbre asociada a la ocurrencia de resultados, valores o clases bien definidos). Sin embargo, todavía se mantienen posturas enfrentadas como las referidas a la interpretación y uso de la probabilidad, como señala Tejedor (1986): estas dos posiciones extremas se denominan *objetiva* y *subjetiva*. Los defensores de la posición *objetiva* o *frecuentista***,** afirman que la probabilidad solo debe aplicarse a eventos que puedan repetirse indefinidamente bajo las mismas condiciones para definirla como la frecuencia relativa de un suceso en un espacio muestral. Por su parte, los que apoyan visión *subjetiva* o *intuicionista,* consideran la probabilidad como una medida de creencia personal que puede referirse a un evento que ocurre una sola vez o que no es susceptible de repetición. Basándose en los axiomas desarrollados por Kolgomorov (op. cit.), se puede definir la probabilidad como: Dado un conjunto universal *X*, que suponemos finito, una *medida de probabilidad* es una función *Pro*:**P**(*X*) → [0,1] que satisface las siguientes propiedades:

1. Pro(Ø) = 0 y Pro(X) = 1;
2. Para cualquier familia de conjuntos {A1, A2, A3, …, An}⊆P(X), se cumple la siguiente igualdad:

$$Pro\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} Pro(A_i) - \sum_{1=i<j}^{n} Pro\left(A_i \cap A_j\right) + \cdots + (-1)^{n+1} Pro\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right).$$

La segunda propiedad se conoce como condición de *aditividad*.

Teoría de la medida borrosa

En las ciencias sociales, como ya se ha señalado con anterioridad, la medición no siempre resulta posible lo que también dificultad definir una probabilidad objetiva, una opción a esta problemática pudiera ser utilizar recur-sos subjetivos como la información de expertos, es decir, usar la probabilidad subjetiva. Una restricción que se pudiera presentar es que estos grados de creencia proporcionados por los expertos tengan que cumplir con la condición de aditividad. Por lo tanto, pudiera resultar ventajoso flexibilizar esta condición. Un intento enesa dirección está ya funcionando en un área de investigación relativamentenueva que (Wang y Klir, op. cit.), han denominado teoría de la medida borrosa, en la cual se reemplaza la condición de aditividad por condiciones más generales como la superaditividad o la subaditividad, y se agregan propiedades de monotonía y de continuidad o semi continuidad.

Dos ramas especiales de la teoría de la medida borrosa están adquiriendo un auge particular en los últimos tiem-pos: la teoría de evidencia (Shafer, 1976) y la teoría de posibilidad (Dubois y Prade, 1988). Klir y Yuan (1995), señalan que la *teoría de evidencia* está basada en dos medidas no aditivas: medida de eviden-cia y medida de plausibilidad. Dado un conjunto universal X, que suponemos finito, una *medida de evidencia* es una función Evi:$\mathbf{P}(X) \rightarrow [0, 1]$ que satisface las siguientes propiedades:

1. Evi(Ø) = 0 y Evi(X) = 1;

2. Para cualquier familia de conjuntos {A1, A2, A3, …, An}⊆P(X), se cumple la siguiente desigualdad:

$$Evi\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \geq \sum_{i=1}^{n} Evi(A_i) - \sum_{1=i<j}^{n} Evi\left(A_i \cap A_j\right) + \cdots + (-1)^{n+1} Evi\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right).$$

Las medidas de evidencia son llamadas *superaditivas*. Cuando X es infinito, se exige también que la función *Evi* sea *continua por encima* Para cada conjunto $A \in \mathbf{P}(X)$, el número real $Evi(A)$ es interpretado como el *grado de evidencia* de que un elemento dado de X pertenezca al conjunto A. Dado un conjunto universal X, que suponemos finito, una *medida de plausibilidad* es una función Pla:$\mathbf{P}(X) \rightarrow [0,1]$ que satisface los siguientes propiedades:

1. la(Ø) = 0 y Pla(X) = 1;

2. Para cualquier familia de conjuntos {A1, A2, A3, …, An}⊆P(X),se cumple la siguiente desigualdad:

$$Pla\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \leq \sum_{i=1}^{n} Evi(A_i) - \sum_{1=i<j}^{n} Evi(A_i \cap A_j) + \cdots + (-1)^{n+1} Evi\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right).$$

Las medidas de plausibilidad son llamadas *subaditivas*. Cuando *X* es infinito, se exige también que la función *Pla*sea *continua por debajo* Para cada conjunto $A \in \mathbf{P}(X)$, el número real *Pla*(*A*) es interpretado como el *grado de plausibilidad* de que un ele-mento dado de *X* pertenezca al conjunto *A*. Así como la teoría de la probabilidad se relaciona con la frecuenciaobservada de ciertos valores o sucesos, la teoría de la posibilidadse refiere a la factibilidad, o grado de facilidad con que pueda asignarseun cierto valor a la variable en estudio. La *teoría de posibilidad* de acuerdo a Klir y Yuan (op. cit.),es una rama especial de la teoría de evidencia, que trata solamente con cuerpos de evidencia cuyos elementos focalizados están encajados. En esta teoría las contra-partes de las medidas de evidencia y las medidas de plausibilidad, son llamadas *medidas de necesidad y medidas de posibilidad*, respectivamente. Las medidas de necesidad y las medidas de posibilidad son denotadas con los símbolos *Nec* y *Pos*, respectivamente.

Dada una familia de conjuntos $\mathfrak{C}$ en el universo X, y sea *Nec:* $\mathfrak{C} \rightarrow [0, 1]$ una medida borrosa en (X, $\mathfrak{C}$). Decimos que *Nec* es una *medida de necesidad* si y solo si para todo conjunto de índices *I* y para cualquier familia de con-juntos $\{A_i : i \ \ I\} \subseteq \mathfrak{C}$, se tiene:

$$\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) \in \mathfrak{C} \qquad \text{Nec}\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) = \text{ínf}\{\text{Nec}(A_i) : i \in I\}.$$

Dada una familia de conjuntos $\mathfrak{C}$ en el universo *X*, y sea *Pos:* $\mathfrak{C} \rightarrow [0, 1]$una medida borrosa en (*X*, $\mathfrak{C}$). Decimos que *Pos* es una *medida de posibilidad* si y solo si para todo conjunto de índices I y para cualquier familia de conjuntos $\{A_i : i \ \ I\} \subseteq \mathfrak{C}$,se tiene:

$$\left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) \in \mathfrak{C} \qquad \text{Pos}\left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) = sup\{\text{Pos}(A_i) : i \in I\}.$$

Las medidas de necesidad son medidas de evidencia particulares y las medidas de posibilidad son medidas de plausibilidad especiales. Observe que la propiedad 2 de la medida de probabilidad llamado generalmente *axioma de la aditividad* de estas medidas es más fuerte que la propiedad 2 de las medidas de evidencia denominada la *superaditividad*. Esto im-plica que las medidas de probabilidad son un tipo especial de medidas de evidencia.

El campo de acción del enfoque cuantitativo en las ciencias sociales, basándose en los principios del pensamiento complejo, se puede ampliar con la inclusión de conceptos y técnicas provenientes de la Teoría de conjuntos borrosos y la teoría de medida borrosa que son más tolerantes a la imprecisión de los datos y a la flexibilización de la condición de aditividad que requiere la teoría de probabilidad, respectivamente. Con esto se lograría incorporar técnicas para el análisis de variables lingüísticas, nominales y ordinales que son tan frecuentes en las investigaciones sociológicas, de igual manera pudieran servir para lograr estudiar cuantitativamente los fenómenos sociales no solo mediante modelos determinísticos y estocásticos sino también, utilizando modelos borrosos.

Referencias

Dubois, D. y Prade, H. (1988). *Possibility Theory*. New York: Plenum Press.

Gil, M. (1993). Análisis y tratamiento estadístico de elementos difusos en experimentos aleatorios. *Estadística Española* [Revista en línea],134(35). [Documento en línea. Consulta: 2016, Enero 20.] Disponible en: http://documat.unirioja.es/servlet/ articulo?co-digo=6594

Kolgomorov, A. (1933) *Foundations of the Theory of Probability*. ChelseaPublishin Company, New York.

Klir, G. y Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*. NewYersey: Prentice Hall.

Morin, E. (1999). *La cabeza bien puesta. Repensar la reforma. Reformar el pensamiento*. Buenos Aires: Nueva Visión. Nguyen, H.yWu B. (2006). *Fundamentals of Statistics with Fuzzy Data*. Berlin: Springer-Verlag.

Ruiz, C. (2008). El Enfoque Multimétodo en la Investigación Social y Educativa: Una Mirada desde el Paradigma de la Complejidad. *Revista de Filosofía y Socio Política de la Educación*. [Revista en línea], 4(8). [Documento en línea. Consulta: 2016, Enero 20]. Disponible en**:** http:// www.dialnet.unirioja.es/descarga/ articulo/2785456.pdf

Shafer, G. (1976). *A Mathematical Theory of Evidence.* Princeton: Princeton UniversityPress.

Torres, E. (2007). *Conjuntos y números borrosos*. Material con fines didácticos. Doctorado en Ciencias de la Ingeniería, mención Productividad, UNEXPO, Barquisimeto.

Torres, E. (2009). *Complejidad y postmodernidad: dos paradigmas emergentes*. *Principia*, Revista de Cultura de la UCLA, N° 32, pp. 17-32.

Urrutia A., Varas M., y Galindo J.(2003). *Diseño de una Base de Datos Difusa Modelada con UML*. [Documento en línea. Consulta: 2016, Enero 15]. Disponible en: http://www.inf.udec.cl/~mvaras/ papers/2003/fuzzy-IDEAS-2003.pdf

Wang, Z. y Klir, G. J. (1992}. *Fuzzy measure Theory*. New York: Princeton University Press.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control,* vol. 8, pp. 338-353.